La méthode du coût marginal

Table des matières

I. Définition du coût marginal 3

A. Principe 3

B. Charges incluses dans le coût marginal 3

C. Exemple simple 4

1. Énoncé 4
2. Correction 4

D. Exemple plus complexe 6

1. Énoncé 6
2. Correction 7

II. Aspect mathématique du coût marginal unitaire 8

A. Le coût total de production : « C » 8

B. Le coût marginal unitaire : « CMu » 9

C. Le coût moyen unitaire : « a » 9

D. L'optimum de productivité ou Optimum Technique « OT » 9

1. Principe 9
2. Aspect mathématique de l'optimum technique 9

E. L'optimum de rentabilité ou Optimum Économique (OE) 11

1. Principe 11
2. Détermination de l'OE 11
   a. Détermination de l'OE avec prix de vente unitaire constant 11
   b. Détermination de l'OE avec prix de vente unitaire dégressif 13

F. Savoir complémentaire sur les seuils de rentabilité 13

III. Rappel de cours de mathématique 14

A. Trinôme du second degré : $aX^2 + bX + c$ 14

B. Calcul de quelques dérivées 16

I. Définition du coût marginal

A. Principe

En théorie, le coût marginal est le coût de la dernière unité produite et vendue.

Toutefois, dans la réalité, on s'intéresse plutôt au coût d'une série supplémentaire et non à une unité supplémentaire. En effet, dans l'industrie notamment, on lance plutôt une série supplémentaire qu'une unité supplémentaire.

Nous verrons que cette différence entre la théorie et la réalité pose un problème pour la démonstration mathématique de la définition du coût marginal (pour ceux qui ont l'aspect mathématique du coût marginal à leur référentiel).

En conséquence, d'un point de vue général on peut définir ainsi le coût marginal :

Coût marginal = (coût n+1) - (coût n)

Remarque

Ceci est valable lorsque l'on parle d'une unité supplémentaire ou d'une série supplémentaire !

B. Charges incluses dans le coût marginal

Par définition, le coût marginal comporte toujours, au moins des charges variables.

Rappelons que les charges variables sont proportionnelles à l'activité => Le coût marginal signifiant une activité supplémentaire, plus il y a d'activité (quantités produites, chiffre d'affaires), plus il y a de charges variables (consommation de matières 1ères ou de main d'œuvre...).

Ces charges variables peuvent être directes ou indirectes.

Le coût marginal peut également comporter des charges fixes. En effet, il peut arriver qu'il faille modifier la structure de l'entreprise pour produire une unité (ou une série) supplémentaire.

On peut imaginer qu'il faille agrandir une usine pour produire plus. Si c'est le cas, cela se traduira :

- par des amortissements supplémentaires (locaux, machines, etc.) ;
- par l'embauche de salariés en CDI (donc avec un salaire fixe, non dépendant de l'activité).

Rappelons par ailleurs que les charges fixes peuvent bien entendu varier sur une période mais qu'elles ne sont pas proportionnelles à l'activité. Elles varient par palier (cf chapitre sur la méthode des coûts variables pour le détail de tous ces éléments).

C. Exemple simple

1. Énoncé

Une entreprise fabrique 500 unités par mois.

Le chiffre d'affaires et coût de revient mensuels de ces 500 produits sont les suivants :

	Total	Unités
Chiffre d'affaires	**455 000,00 €**	**910,00 €**
Charges variables	340 000,00 €	680,00 €
Charges fixes	85 000,00 €	170,00 €
Total coût de revient	**425 000,00 €**	**850,00 €**

L'entreprise reçoit une commande supplémentaire de 200 unités. Le client souhaite un prix d'achat unitaire de 880,00 € pour les produits de cette commande supplémentaire.

L'exécution de cette commande provoquerait un accroissement de 50 % des charges fixes totales.

Travail à faire

À partir des informations données dans le tableau ci-après :

a) Dire si cette commande supplémentaire doit être acceptée en raisonnant globalement.

b) Dire si cette commande supplémentaire doit être acceptée en raisonnant marginalement.

2. Correction

a) Dire si cette commande supplémentaire doit être acceptée en raisonnant globalement

- Résultat si la commande n'est pas acceptée (500 ventes)

- 1ère méthode de présentation :

	Quantités	Prix unitaire	Total
Chiffre d'affaires - Coût de revient total	500 500	910,00 850,00	455 000,00 425 000,00
Résultat total	**500**	**60,00**	**30 000,00**

- 2ème méthode de présentation :

Résultat = Quantités vendues * (Prix de vente unitaire - Coût de revient unitaire)

Résultat = 500 (910,00 850,00) = 30 000 €

Le résultat est donc un bénéfice de 30 000 € si la commande supplémentaire n'est pas acceptée.

Remarque

Le coût de revient unitaire total (850,00 €) comporte les charges variables unitaires + les charges fixes unitaires.

(=> 680,00 + 170,00 = 850,00 €)

- Résultat si la commande est acceptée (500 + 200 = 700 ventes)

- 1ère méthode de présentation :

	Quantités	Prix unitaire	Total
Chiffre d'affaires des 500 premiers articles + Chiffres d'affaires des 200 articles supplémentaires	500 200	910,00 880,00	455 000,00 176 000,00
I) Chiffre d'affaires total	**700**	**901,43**	**631 000,00**
Coût de revient variable des 700 articles	700	(a) 680,00	476 000,00
Coût de revient fixe des 700 articles	700	182,14	(b) 127 500,00
II) Coût de revient total	**700**	**862,14**	**603 500,00**
III) Résultat total = I – II	**700**	**39,29**	**27 500,00**

(a) => Dans cet exercice le coût de revient unitaire variable (680,00 €) reste identique pour tous les articles, y compris pour ceux de la commande supplémentaire.

(b) => Les charges fixes totales augmentent de 50 % => 85 000,00 * 1,50 = 127 500,00.

- 2ème méthode de présentation :

=> Résultat = Chiffre d'affaires - Coût de revient total

=> Résultat = [(500 * 910,00) + (200 * 880,00)] - [(700 * 680,00) + 127 500,00]

=> Résultat = (455 000,00 + 176 000,00) - (476 000,00 + 127 500,00)

=> Résultat = 631 000,00 - 603 500,00

=> Résultat = **27 500,00 €**

Conclusion

Si l'entreprise accepte la commande supplémentaire, le résultat global baisse de 2 500,00 €

=> 30 000,00 - 27 500,00 = 2 500,00 €

D'un point de vue financier, l'entreprise doit donc refuser cette commande supplémentaire.

b) Dire si cette commande supplémentaire doit être acceptée en raisonnant marginalement

Si la commande est acceptée, l'augmentation des charges fixes sera de :

=> 85 000,00 * 0,50 = 42 500,00 €.

Cette augmentation de charges fixes sera supportée par les 200 articles supplémentaires (les charges fixes de 85 000,00 € étant absorbées par les 500 produits d'origine.

I) Chiffre d'affaires marginal de la commande de 200 articles	**880,00 * 200**	**176 000,00**
Charges variables liées à la commande supplémentaire	680,00 * 200	136 000,00 €
Charges fixes liées à la commande supplémentaire		42 500,00 €
II) Coût marginal total de la commande de 200 articles		**178 500,00 €**
III) Résultat marginal = I – II		**-2 500,00 €**

Conclusion

L'entreprise doit refuser à ce prix de vente de 880,00 € la commande supplémentaire de 200 articles.

D. Exemple plus complexe

1. Énoncé

Une entreprise fabrique un produit de grande consommation.

Il est vendu 150,00 € l'unité.

La fabrication est effectuée par lancement de séries de 10 000 produits chacune.

Questions

À partir de l'annexe :

1) Calculez le coût marginal total et le coût marginal unitaire pour chaque niveau de production.

2) Représentez sur un même graphique, le coût unitaire moyen, le coût marginal unitaire et le prix de vente unitaire.

Remarque

Dans le cadre de l'examen il est très peu probable que l'on vous demande d'effectuer le graphique. Toutefois à titre pédagogique nous gardons cette question !

Annexe

Quantités fabriquées	Coût total de production
10 000	1 780 000
20 000	3 200 000
30 000	4 320 000
40 000	5 170 000
50 000	5 942 500
60 000	6 993 000
70 000	8 319 500
80 000	10 616 000
90 000	13 189 500
100 000	16 400 000

2. Correction

Calculez le coût marginal total et le coût marginal unitaire pour chaque niveau de production

Quantités fabriquées n	Coût total de production « C »	Coût unitaire moyen $= \frac{C}{n}$	Coût marginal total = C(n+1) - C(n)	Coût marginal unitaire $= \frac{\text{Coût marginal total}}{\text{Variation de n}}$
10 000	1 780 000	(1) 178,00	(2) 1780000	(3) 178,00
20 000	3 200 000	(4) 160,00	(5) 1420000	(6) 142,00
30 000	4 320 000	144,00	1 120 000	112,00
40 000	5 170 000	129,25	850 000	85,00
50 000	5 942 500	118,85	772 500	77,25
60 000	6 993 000	**116,55**	1 050 500	105,05
70 000	8 319 500	118,85	1 326 500	132,65
80 000	10 616 000	132,70	2 296 500	229,65
90 000	13 189 500	146,55	2 573 500	257,35
100 000	16 400 000	164,00	3 210 500	321,05

(1) Coût de revient unitaire moyen des 10 000 1ers articles = $[\frac{1\ 780\ 000}{10\ 000}]$= 178,00

(2) Coût marginal total (pour passer de 0 articles à 10 000 articles) = 1 780 000 - 0 = 1 780 000

(3) Coût marginal unitaire des 10 000 1ers articles → $[\frac{1\ 780\ 000}{10\ 000 - 0}]$

(4) Coût de revient unitaire moyen des 20 000 1ers articles = $[\frac{3\ 200\ 000}{20\ 000}]$= 160,00

(5) Coût marginal total (pour passer de 10 000 articles à 20 000 articles) = 3 200 000 - 1 780 000 = 1 420 000

(6) 142,00 = Coût marginal unitaire des 10 000 articles (entre 10 000 et 20 000)

→ $142{,}00 = \frac{1\ 420\ 000}{20\ 000 - 10\ 000}$

Attention. Ne pas confondre avec le renvoi 3.

Remarque

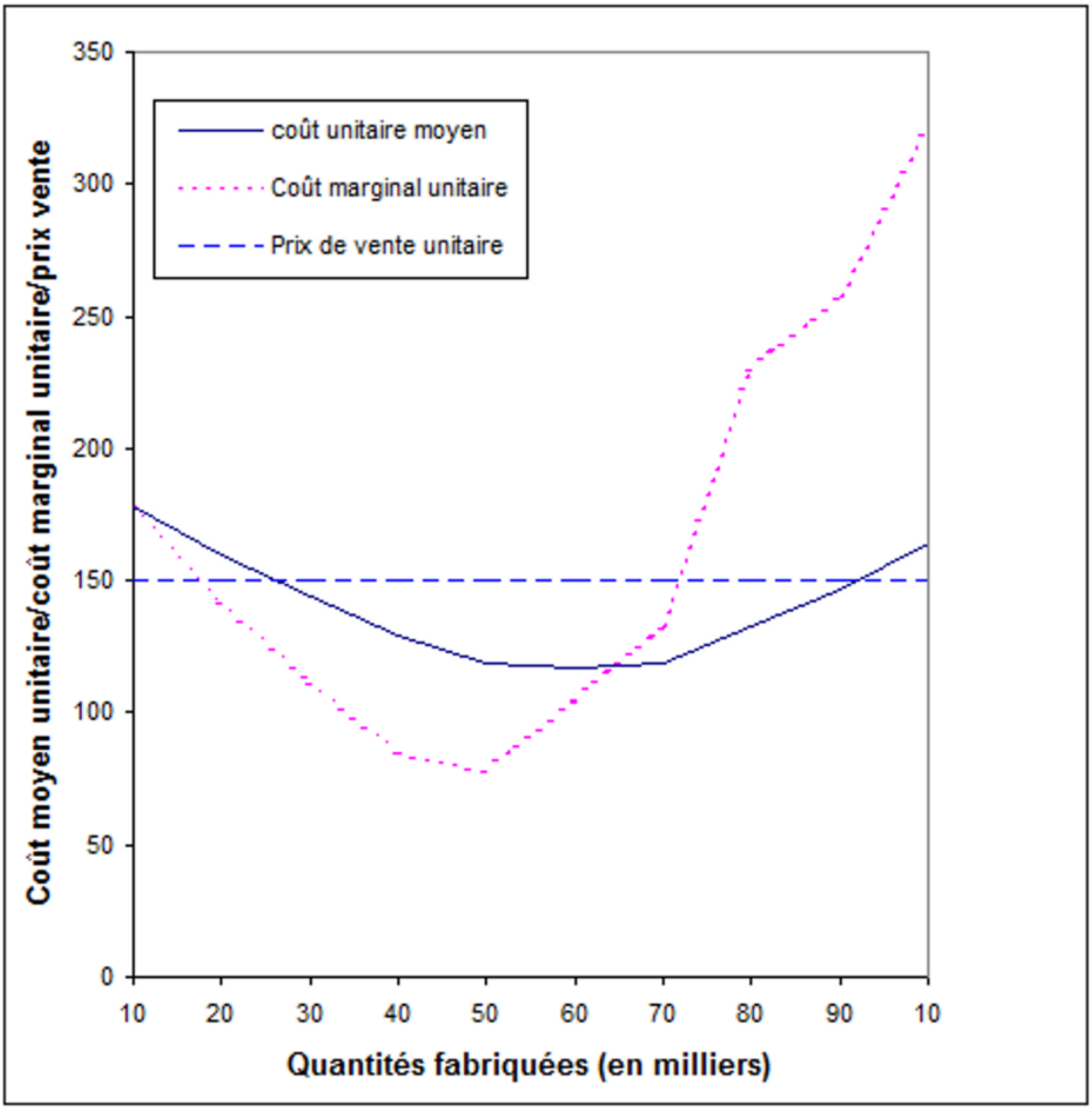
On s'aperçoit que le coût marginal unitaire diminue dans un 1er temps puis augmente dans un 2ème temps. Dans la plupart des cas c'est ainsi que cela se passe.

Dans cet exemple, l'augmentation du coût marginal unitaire intervient à partir d'une production de 60 000 produits.

Cela est donc probablement dû au fait que la structure doit être modifiée pour arriver à cette production.

On s'aperçoit aussi qu'à partir de 60 000 (et par tranche de 10 000), le coût marginal unitaire est en constante augmentation.

2) Représentez sur un même graphique, le coût unitaire moyen, le coût marginal unitaire et le prix de vente unitaire



II. Aspect mathématique du coût marginal unitaire

A. Le coût total de production : « C »

Appelons « *x* » le nombre d'unités produites.

On peut donc écrire → « *C* » = f(x)

Autrement dit le coût total est fonction des quantités produites.

Remarque

Nous parlons bien ici du coût total de production et pas du coût marginal total !

B. Le coût marginal unitaire : « CMu »

Mathématiquement, le coût marginal unitaire est égal à la dérivée du coût total (le coût d'une unité supplémentaire).

On peut donc écrire → CMu = f'(x)

C. Le coût moyen unitaire : « a »

Par définition, le coût moyen unitaire est égal au coût total de production divisé par les quantités totales produites.

On peut donc écrire → $a = \frac{C}{X} = \frac{f(X)}{X}$

En résumé

- **Le coût total de production → C = f(x)**
- **Le coût marginal unitaire → CMu = C'= f'(x)**
- **Le coût moyen unitaire →** $a = \frac{f(X)}{X}$

D. L'optimum de productivité ou Optimum Technique « OT »

1. Principe

L'optimum de productivité ou technique est atteint lorsque le coût unitaire moyen est minimum.

Conséquence

À ce stade de la production, le bénéfice unitaire sera maximum !

Remarque

Il s'agit bien du bénéfice unitaire et pas du bénéfice global !

Vérification à partir de l'exemple du cours

Dans cet exemple, le coût unitaire moyen minimum est atteint pour une production de 60 000 articles. À ce stade de production, il est égal à 116,55 €.

Conséquences

Pour 60 000 articles le bénéfice unitaire serait de : 150,00 - 116,55 = 33,45 €.

Bien voir qu'avec 60 000 articles le bénéfice total serait de :

33,45 * 60 000 = 2 007 000 €

ou :

(150,00 * 60 000) - 6 993 000 = 2 007 000 €

2. Aspect mathématique de l'optimum technique

Rappelons que mathématiquement nous avons défini le coût moyen unitaire ainsi → $a = \frac{f(X)}{X}$

Donc si nous voulons connaître le minimum de cette fonction, il faut d'abord calculer sa dérivée puis chercher la (ou les) valeur(s) qui annulent cette dérivée. Ces valeurs donneront le minimum de la fonction (et c'est bien ce que nous cherchons).

Conséquences → $a=\frac{f(X)}{X}$

a' (la dérivé de « *a* ») est de la forme : $\left(\frac{U}{V}\right)'$

Rappel : $\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V\text{-}UV'}{V^2}$

Avec :

U = f(X)   V = X   U' = f'(X)   V' = 1

Donc si on applique la formule appropriée de la dérivée de cette fonction, il vient.

$a' = \frac{f'(X) * X\text{-}f(X) * 1}{X^2} \rightarrow a' = \frac{X * f'(X) - f(X)}{X^2}$

Ensuite on cherche la (ou les) valeur (s) qui annulent la dérivée.

Donc si a' = 0 → $\frac{X * f'(X) - f(X)}{X^2} = 0$

=> X f'(X) - f(X) = 0 → X f'(X) = f(X) → $f'(X)=\frac{f(X)}{X}$

Autrement dit, nous venons d'écrire que **d'un point de vue mathématique pur, le coût moyen est minimum quand il atteint le coût marginal unitaire**.

En effet, nous avions bien défini.

- Le coût moyen unitaire par : $\frac{f(X)}{X}$
- Le coût marginal unitaire par : **f'(X)**

Remarque **Très important**

Si l'on applique la définition générale de l'OT à l'exemple du cours, il y a un problème !

En effet, dans cet exemple, le coût moyen unitaire est minimum pour une production de 60 000 et il est égal à 116,55.

Donc si on suit la démonstration mathématique, pour une production de 60 000 articles le coût marginal unitaire devrait être aussi égal à 116,55. Or on s'aperçoit que ce n'est pas le cas ! En effet, pour une production de 60 000 articles le coût marginal unitaire est de 105,05 !

Pourquoi cette différence entre la théorie mathématique et la réalité ? Simplement parce que dans cet exemple les coûts sont donnés par série de 10 000 et non par unité. Donc les coûts marginaux sont aussi pour 10 000 unités !

Or une dérivée permet de connaître la variation de la fonction pour une variation infinitésimale de « *x* » des quantités.

Ici nous en sommes très loin. Nous ne pouvons pas dire que des « *pas* » de 10 000 représentent des variations infinitésimales !

Conclusion sur l'OT

Si dans un énoncé, le coût total de production est exprimé sous forme de fonction (le plus souvent cette fonction est de la forme : $y = ax^2 + b$), on applique la démonstration mathématique.

- On calcule le coût moyen unitaire → $\frac{a X^2 + b}{X}$
- On calcule la dérivée du coût moyen unitaire → $a - \frac{b}{X^2}$
- La valeur qui annule cette dérivée représente les quantités pour lesquelles le coût moyen unitaire est minimum. Ces quantités représentent aussi l'OT.

Dans le cas contraire, l'énoncé donne des valeurs pour chaque série. On considérera alors que l'OT est atteint lorsque le coût moyen unitaire est minimum. Dans notre exemple, l'OT est atteint pour 60 000 articles.

E. L'optimum de rentabilité ou Optimum Économique (OE)

1. Principe

L'optimum économique est atteint lorsque le niveau de production donne le bénéfice global maximum.

Remarque

Faites bien la différence avec l'OT qui donne le niveau de production pour lequel le bénéfice unitaire est maximum !

2. Détermination de l'OE

Ici il y a deux cas de figure :

- **1er cas** - Le prix de vente unitaire est constant.
- **2ème cas** - Le prix de vente unitaire est dégressif.

a. Détermination de l'OE avec prix de vente unitaire constant

Appelons « *p* », le prix de vente unitaire constant et « *x* » les quantités produites et vendues. Déterminons le bénéfice global.

- Bénéfice global = Prix de vente total - Coût de production total
- Bénéfice global = B = (p * X) - f(X)

On peut donc dire que le bénéfice global est maximum quand sa dérivée s'annule.

Rappelons que la dérivée d'une somme est égale à la somme des dérivées.

- **Dérivée de B** = B' = (p * X)' - f'(X) = **p - f'(X)**
- Si B' = 0 → p - f'(X) = 0

Donc la dérivée s'annule lorsque p = f'(X)

Donc le bénéfice global est maximum quand le prix de vente unitaire (p) est égal au coût marginal unitaire (f'X).

Remarque

Bien comprendre que cette réponse est parfaitement exacte lorsque les coûts sont donnés sous forme de fonction !

- **Revenons à l'exemple du cours.**

  Dans cet exemple le prix de vente (150,00 €) n'est jamais égal à un des coûts marginaux unitaires successifs ! Rappelons que c'est « *normal* » puisque dans cet exemple on parle de série de 10 000 articles.

- **Que répondre dans ce cas ?**

  La seule réponse logique est de choisir de produire le nombre de produits donnant le coût marginal unitaire le plus proche du prix de vente, **mais sans le dépasser** !

Attention

Encore faut-il que les quantités trouvées donnent un résultat qui soit un bénéfice et pas une perte !

Si on l'applique à l'exemple, on choisirait donc de produire 20 000 articles. En effet, pour une production de 20 000 articles le coût marginal unitaire est de 142,00 €. Ceci correspond donc bien au coût marginal unitaire le plus proche du prix de vente (150,00 €) sans le dépasser.

Avec une quantité de 20 000, le résultat global sera donc de :

B = (150,00 * 20 000) - 3 200 000 = - 200 000

Il s'agit d'une perte et pas d'un bénéfice !

Conséquence

Cette réponse est inacceptable !

Alors que faire ?

Le plus sur (lorsque le coût total n'est pas exprimé par une fonction) c'est de rajouter une colonne au tableau d'origine et de faire apparaître le résultat total. Il suffira alors de choisir la production donnant le bénéfice total le plus élevé.

Application à l'exemple du cours

Quantités fabriquées n	Coût total de production « C »	Coût unitaire moyen $= \frac{C}{n}$	Coût marginal total = C(n+1) - C(n)	Coût marginal Unitaire (Cmu)	Résultat global
10 000	1 780 000	178,00	1 780 000	178,00	**(1)** - 280 000
20 000	3 200 000	160,00	1 420 000	142,00	- 200 000
30 000	4 320 000	144,00	1 120 000	112,00	180 000
40 000	5 170 000	129,25	850 000	85,00	830 000
50 000	5 942 500	118,85	772 500	77,25	**(2)** 1 557 500
60 000	6 993 000	116,55	1 050 500	105,05	2 007 000
70 000	**8 319 500**	118,85	1 326 500	132,65	**2 180 500**
80 000	10 616 000	132,70	2 296 500	229,65	1 384 000
90 000	13 189 500	146,55	2 573 500	257,35	310 500
100 000	16 400 000	164,00	3 210 500	321,05	- 1 400 000

(1) = (10 000 * 150,00) - 1 780 000

(2) = (50 000 * 150,00) - 5 942 500

Conclusion

À partir de ce tableau, on s'aperçoit que le bénéfice maximum est obtenu pour une production de 70 000 articles.

Bien voir qu'à ce niveau de production, le bénéfice unitaire $= \frac{2\,180\,000}{70\,000} = 31{,}15$ €.

Rappelez-vous qu'à l'optimum technique (pour une production de 60 000 articles), le bénéfice unitaire était maximum et s'élevait à 33,45 €.

b. Détermination de l'OE avec prix de vente unitaire dégressif

- **1er cas - Les différents coûts et le chiffre d'affaires sont exprimés sous forme de fonctions**

  Il suffit de résoudre l'équation → **Coût marginal unitaire = Prix de vente marginal unitaire**

  Le prix de vente marginal unitaire étant égal à la dérivée de la fonction représentant le chiffre d'affaires total.

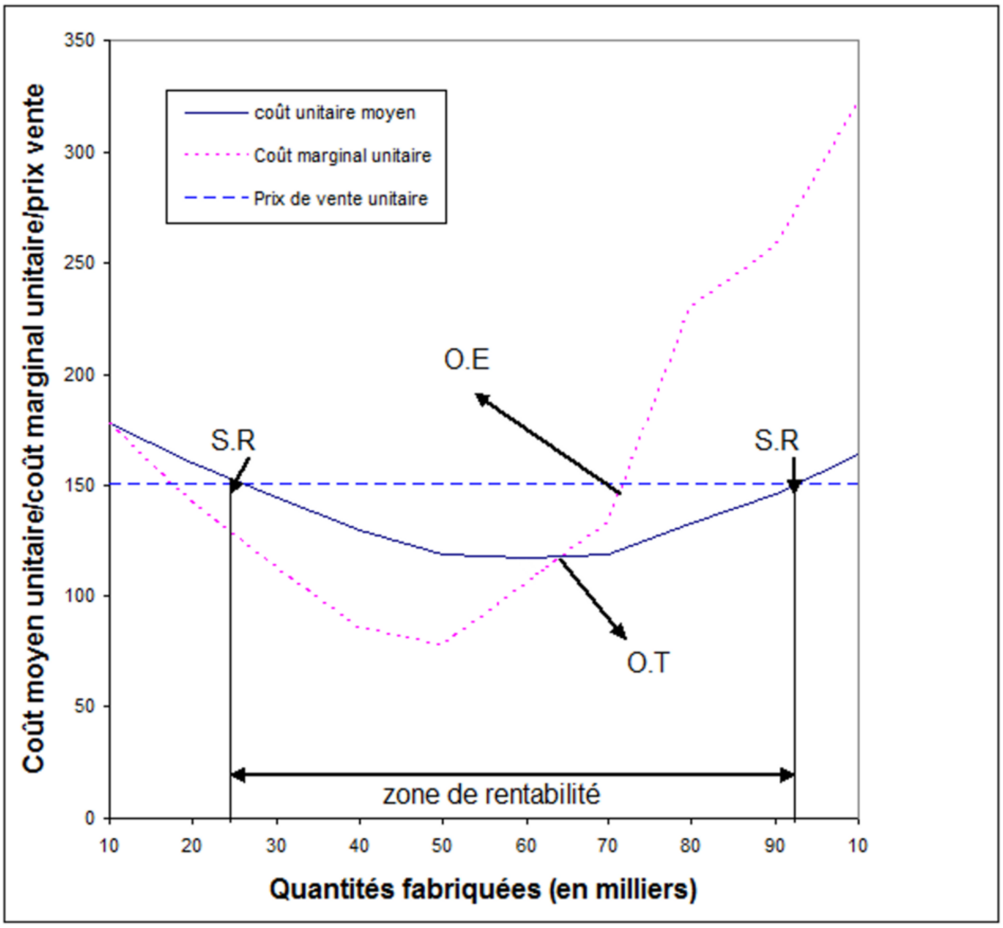
- **2ème cas - L'énoncé ne donne pas de fonctions pour exprimer les coûts et le chiffre d'affaires**

  L'OE est atteint lorsque : recette marginale unitaire = Coût marginal unitaire

F. Savoir complémentaire sur les seuils de rentabilité

Dans un énoncé on pourrait vous demander la question suivante « *à partir du graphique de la 2ème question de l'exemple du cours (cf section « Définition du coût marginal » - « Charges incluses dans le coût marginal »), montrer l'OT et l'OE* ».

D'autre part, donnez la signification des points d'intersection de la droite représentative du prix de vente unitaire et de celle du coût moyen unitaire.



Solution du problème

Pour situer l'OT et l'OE sur le graphique, c'est très facile, il suffit d'appliquer la définition générale du cours !

- L'OT apparaît lorsque le coût moyen unitaire est minimum
- L'OE apparaît lorsque le coût marginal unitaire est égal au prix de vente unitaire.

La signification des points d'intersection de la droite du PVu et du coût moyen unitaire.

En fait, bien comprendre qu'il s'agit des seuils de rentabilité. En effet lorsque le coût moyen est égal au prix de vente unitaire, le résultat est bien égal à 0 ! Ceci est bien la définition du seuil de rentabilité !

Remarque

1. Sur le graphique, on s'aperçoit qu'il y a en fait deux Optimum Économiques !

   Bien comprendre que le seul qui est correct c'est celui qui se situe entre les deux seuils de rentabilité (ce que l'on peut appeler la zone de rentabilité). On retrouve bien le problème soulevé dans le cours.

   En effet, pour trouver l'OE nous hésitions à prendre 20 000 articles. Pour une production de 20 000 articles, le coût marginal unitaire était de 142,00 €. Or c'était le coût marginal unitaire le plus proche du prix de vente (150,00 €) sans le dépasser. Pourtant nous n'avions pas pris cette quantité comme représentative de l'OE. En effet, pour cette quantité, le résultat était négatif. Ceci est bien confirmé par le graphique ci-avant.

   Vous voyez bien que pour une quantité de 20 000 on se situe en dehors de la zone de rentabilité et que par conséquent le résultat est forcément négatif.

2. Lorsque vous disposez de fonctions pour exprimer les différents coûts, la fonction représentative du coût moyen unitaire et celle du coût marginal unitaire se croisent en un point qui est l'OT.

   Dans l'exemple du cours, ce n'est pas le cas ! L'explication est toujours la même. C'est parce l'exemple du cours ne donne pas de fonction. Donc on ne respecte pas les définitions mathématiques et leurs conséquences. Ceci explique à lui seul les distorsions entre la théorie et la réalité !

III. Rappel de cours de mathématique

A. Trinôme du second degré : $aX^2 + bX + c$

Le problème à résoudre → On cherche la valeur qui annule un trinôme du second degré.

On calcule Δ → $\Delta = b^2 - (4 * a * c)$

- Si Δ est < 0 → Pas de solution.
- Si Δ est > 0 → 2 racines (2 solutions) → $X' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $X'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$
- Si Δ est = 0 → 1 racine (1 solution) → $X' = \frac{-b}{2a}$

Exemple 1

$3X^2 + 5X + 16 = 0$

a = 3 b = 5 c = 16

$\Delta = b^2 - (4 * a * c) = 5^2 - (4 * 3 * 16) = 25 - 192 = -167$ → Pas de solution.

Exemple 2

$5X^2 + 10X - 4 = 0$

a = 5 b = 10 c = - 4

$\Delta = b^2 - (4 * a * c) = 10^2 - (4 * 5 * - 4) = 100 - (- 80) = 180$ → 2 solutions.

$X' = \frac{-10 + \sqrt{180}}{2 * 5} = 0{,}34$ et $X'' = \frac{-10 - \sqrt{180}}{2 * 5} = -2{,}34$

Exemple 3

$x^2 + 3x - 1 = 0$

a = 1 b = 3 c = - 1

$\Delta = b2 - (4 * a * c) = 3^2 - (4 * 1 * - 1) = 9 - (- 4) = 13$ => 2 solutions

$X' = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2 * 1} = 0{,}30$et $X'' = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2 * 1} = -3{,}30$

B. Calcul de quelques dérivées

Fonction => f(x)	**Dérivée => f'(x)**
y = k (k étant une constante) Exemple => y = 25	**y' = 0** Par définition une constante ne varie pas, donc sa dérivée est nulle ! y' = 0
y = x	**y' = 1**
y = ax (a étant une constante) Exemple => y = 5x	**y' = a** y' = 5
y = x^n (n ∈ □*) Exemple => y = x^3 Exemple => y = x^{-3}	**y' = nx^{n-1}** y' = $3x^{3-1}$ => y' = $3x^2$ y' = $-3x^{-3-1}$ => y' = $-3x^{-4}$
y = ax^n (n ∈ □*) Exemple => y = $2x^{-3}$ Exemple => y = $2x^3$	**y' = anx^{n-1}** y' = 2 * $-3x^{-3-1}$ => y' = $-6x^{-4}$ y' = 2 * $3x^{3-1}$ => y' = $6x^2$
y = u + v Exemple => y = $3x^3 + 5x^2 + 8$ Exemple => y = $3x^3 - 5x^2 - 8$	**y' = u' + v'** La dérivée d'une somme = La somme des dérivées y' = $9x^2 + 10x$ y' = $9x^2 - 10x$
Fonction => f(x)	**Dérivée => f'(x)**
$y = \dfrac{u}{v}$ Exemple => $y = \dfrac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 2x + 1}$	$y' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$ u = $2x^2 + 3x - 2$ => u' = $4x + 3$ v = $x^2 - 2x + 1$ => v' = $2x - 2$ $v^2 = (x^2 - 2x + 1)^2$ $y' = \dfrac{\left[(4x+3) * \left(x^2 - 2x + 1\right)\right] - \left[\left(2x^2 + 3x - 2\right) * (2x - 2)\right]}{\left(x^2 - 2x + 1\right)^2}$ $y' = \dfrac{\left(4x^3 - 8x^2 + 4x + 3x^2 - 6x + 3\right) - \left(4x^3 - 4x^2 + 6x^2 - 6x - 4x + 4\right)}{\left(x^2 - 2x + 1\right)^2}$ $y' = \dfrac{4x^3 - 8x^2 + 4x + 3x^2 - 6x + 3 - 4x^3 + 4x^2 - 6x^2 + 6x + 4x - 4}{\left(x^2 - 2x + 1\right)^2}$ $y' = \dfrac{-7x^2 + 8x - 1}{\left(x^2 - 2x + 1\right)^2}$